

Calculer des taux d'accroissement

Qui dit taux d'accroissement, ou encore taux de croissance, dit pourcentage

Aussi faut-il s'habituer à la gymnastique de la conversion des %, même si Excel la facilite, puisqu'il sait convertir un nombre en pourcentage, et vice-versa (menu format, cellule, onglet « nombre », ou bien boutons « 000 » et « % »).

Donc, on rappelle que $50/100 = 1/2 = 50\% = 0,5$. De la même façon, $0,1\% = 0,001$, ou encore $200\% = 2$. « On décale la virgule de deux crans », comme on disait au collège. Tout est affaire de multiplications ou de divisions par 100.

Taux d'accroissement et coefficient multiplicateur

Le taux d'accroissement, c'est le rapport entre ce qui a été ajouté (ou retiré) et ce qu'on avait au départ. Par exemple, une quantité qui passe de 100 à 150 a augmenté de 50 %. Pourquoi ? parce qu'on a ajouté $150-100 = 50$, et qu'on avait 100 au départ. Le rapport de ce qui a été ajouté sur ce qu'on avait au départ est bien $50/100 = 0,5 = 50\%$.

Taux d'accroissement total = (valeur finale – valeur initiale)/valeur initiale

C'est la formule pour calculer un taux d'accroissement, sur une ou plusieurs années, quand on connaît les valeurs initiale et finale. Le résultat est un nombre, qu'il faut ensuite transformer en pourcentage.

Au lieu de se demander « combien de % on a ajouté », on peut aussi se demander « par combien la quantité de départ a été multipliée ». Dans le premier cas, on cherche un taux d'accroissement (en %). Dans le deuxième cas, on cherche un coefficient multiplicateur (nombre sans unité).

Coefficient multiplicateur total = valeur finale/valeur initiale

Taux d'accroissement et coefficient multiplicateur sont donc deux façons de dire la même chose. Il faut absolument s'habituer à passer de l'une à l'autre. En effet, on va souvent vous demander un résultat en termes de taux d'accroissement, qu'on est plus habitué à commenter. Mais les calculs doivent souvent se faire sur les coefficients multiplicateurs (ce qui les simplifie un peu).

Pour comprendre comment passer de l'un à l'autre, réfléchissons d'abord sur quelques exemples :

- Augmenter de 50 %, c'est être multiplié par 1,5.
- Diminuer de 50 %, c'est être multiplié par 0,5 (ou encore divisé par 2).
- Augmenter de 3 %, c'est être multiplié par 1,03.
- Diminuer de 3 %, c'est être multiplié par 0,97.
- Attention : augmenter de 200 %, c'est être multiplié par 3 (et pas par deux ! on prend ce qu'on a déjà, et on y ajoute deux fois la même quantité : $1+2 = 3$).

Tout cela peut se résumer par une formule, qu'il faut savoir manipuler dans les deux sens :

$$\begin{aligned} \text{Coeff. multiplicateur} &= (\text{Taux d'accroissement en \% , converti en nombre}) + 1 \\ \text{Taux d'accroissement en \%} &= (\text{Coeff. multiplicateur} - 1), \text{ converti en \%} \end{aligned}$$

Comment combiner des taux d'accroissement sur plusieurs périodes ?

Pourquoi introduire cette notion de coefficient multiplicateur ? Parce qu'elle permet de calculer ce qui se passe quand on accumule plusieurs années d'accroissement (ou de diminution).

Par exemple, si on augmente votre salaire de 3 % cette année et de 5 % l'an prochain, combien allez-vous gagner de plus à la fin ? La réponse n'est pas 8 %, car les taux en pourcentages ne s'additionnent pas. Du coup, il va falloir faire des calculs plus compliqués.

En effet, reprenons le raisonnement. La première année, votre salaire augmente de 3 % : le salaire de départ est multiplié par 1,03 (s'il était de 1 000 euros, il passe à 1 030 euros). La deuxième année, votre salaire augmente de 5 % : mais c'est le salaire déjà augmenté (1 030 euros, dans l'exemple) qui subit cette augmentation : c'est lui qui est multiplié par 1,05. Votre salaire final est de $1\,000 \times 1,03 \times 1,05 = 1\,081,5$ euros (salaire de départ multiplié par le premier puis par le second coefficient multiplicateur). Au total, il a été multiplié par 1,0815. Cela équivaut à dire que votre augmentation totale a été de 8,15 %. Ce n'est pas loin de 8 %, mais c'est quand même un peu plus ! Et plus on travaille sur de nombreuses années, plus cet écart va s'accroître.

C'est pour cela qu'il vaut mieux avoir un salaire qui ne bouge pas plutôt que d'être « diminué » de 3 % puis réaugmenté de 3 % (vérifiez-le !).

Conclusion plus générale : pour connaître le coefficient multiplicateur total au bout de plusieurs périodes successives, il faut multiplier entre eux les coefficients successifs, et non pas les additionner (et encore moins additionner les taux d'accroissement en pourcentages).

Coeff. multiplicateur total = produit des coeff. multiplicateurs
--

Envisageons maintenant un cas particulier : celui où le taux de croissance est le même tous les ans (on appelle cela une « croissance exponentielle »).

On va avoir par exemple, pour un taux de croissance de 5 %, un coefficient multiplicateur annuel de 1,05, et un coefficient multiplicateur total, sur 5 ans, de $1,05 \times 1,05 \times 1,05 \times 1,05 \times 1,05 = 1,28$ (soit un accroissement de 28 %).

On note cela en abrégé (souvenir de collègue...) : « 1,05 à la puissance 5 », ou encore « 1,05 exposant 5 », ou $1,05^5$.

Pour calculer ce nombre sous Excel, on utilise la formule « =puissance(1,05 ;5) ». Le premier nombre entre parenthèses est celui qui est multiplié. Le second est l'exposant. Entre les deux, on met un point-virgule, et on frappe sur « entrée » à la fin.

Donc vous savez maintenant, si vous avez des taux d'accroissement annuels, calculer un taux d'accroissement total : il faut revenir aux coefficients multiplicateurs, et les multiplier entre eux. S'ils sont identiques entre eux, cela se fait en utilisant la fonction « puissance ».

Calculer des taux moyens d'accroissement

L'inverse est-il possible ? Si le PIB de la France a crû de 50 % en 13 ans, comment savoir de combien par an il a augmenté ?

Évidemment, il a sans doute connu, suivant les années, des hausses et des baisses. Mais on peut définir un « taux d'accroissement annuel moyen », qui permet des comparaisons avec d'autres périodes ou avec d'autres pays.

Cette « moyenne » est particulière. Il ne faut pas diviser le taux d'accroissement total par le nombre d'années, car cela reviendrait à croire que les coefficients multiplicateurs de chaque année s'additionnent entre eux, au lieu de se multiplier. Il faut une opération un peu plus complexe mathématiquement, mais qu'Excel fait très bien (vous n'avez pas forcément besoin de comprendre les maths qui sont derrière...).

La formule est l'inverse de celle qui permet de passer du taux annuel au taux total. Si l'accroissement est le même chaque année, le coefficient multiplicateur total est égal au coefficient multiplicateur annuel, élevé à une puissance correspondant au nombre d'années considérées. Sous Excel, si on connaît le coefficient multiplicateur annuel, qu'il est le même chaque année et qu'on veut connaître le coefficient multiplicateur total, il suffit de taper :

=puissance([ici écrire le coefficient multiplicateur annuel];[ici écrire le nombre d'années])

La réciproque marche aussi ! Mais il faut savoir que l'inverse d'une puissance, c'est une racine. L'inverse du carré est la racine carrée, l'inverse de la puissance cinquième est la racine cinquième. Et la racine carrée est aussi appelée « puissance 1/2 », la racine cinquième « puissance 1/5 », la racine centième

« puissance 1/100 ». Voilà pour la partie mathématique, que vous devrez comprendre ou admettre.

Elle nous amène à une formule magique qui dit que le coefficient multiplicateur annuel moyen est égal au coefficient multiplicateur total, élevé à la puissance (1/nombre d'années).

Sous Excel, cela peut s'écrire ainsi :

coefficient multiplicateur annuel moyen = puissance(coefficient multiplicateur total ;1/nombre d'années)

Par exemple, si, en 15 ans, le PIB a été multiplié par 2, le coefficient multiplicateur annuel moyen est égal à 2 (coefficient multiplicateur total) élevé à la puissance 1/15, ce qui fait environ 1,05. Cela veut dire que le PIB a augmenté en moyenne de 5 % chaque année (taux d'accroissement = coefficient multiplicateur – 1, passé en pourcentage).

Il reste trois choses à faire pour que la formule ci-dessus nous soit vraiment utile :

- savoir comment on trouve le coefficient multiplicateur total, s'il ne vous est pas donné : comme on l'a vu, il est égal au niveau à la fin de la période divisé par le niveau au début de la période.
- quant au nombre d'années, il n'y a pas de piège ! c'est le millésime de la dernière année auquel on soustrait celui de la première (entre 1950 et 1980, le nombre d'années est bien de 30, pas de 29 ou de 31, car ce sont bien les intervalles que l'on compte).
- savoir comment passer du coefficient multiplicateur annuel moyen au taux d'accroissement annuel moyen : comme pour tout taux, on enlève 1, puis on passe en pourcentage.

Donc :

Taux de croissance annuel moyen
=puissance(valeur finale/valeur initiale;1/nombre d'années) – 1
... qu'il faut passer en pourcentage.

Exemple :

Si un salaire est passé en 10 ans de 1 000 euros à 1 500 euros, son taux de croissance annuel moyen est égal à : 1 500/1 000 que l'on met à la puissance 1/10, puis auquel on enlève 1. Cela fait environ 0,041, ce qui équivaut, en pourcentage à 4,1 %. Le salaire a crû en moyenne de 4,1 % par an.